

## Turinys

0 Įvadas	325
1 Pasiklydus laike	317
2 Inžinerijos klaidos	294
3 Smulkieji duomenys	272
4 Netinkama forma	247
5 Tuo pasikliauti nevalia	220
6 Nustojų veikti kompiuteris	197
7 Tikriausiai suklydote	178
8 Investuokite pinigų ten, kur jūsų klaidos	155
9 Aplinkkelis	133
9.49 Dalykai, kurie per maži, kad juos pamatytume	114
10 Vienetai, papročiai ir kodėl mes negalime susitarti?	102
11 Mano mėgstama statistika	81
12 Visiškai atsitiktiniai įvykiai	58
13 Nustojų veikti kompiuteris Ko pasimokėme iš klaidų?	31 9
<i>Padėka</i>	0

*Nulinis*

# Įvadas

1995-aisiais gaiviojo gėrimo „Pepsi“ gamintoja suorganizavo akciją: pasiūlė kaupti „Pepsi“ taškus ir juos keisti į prizus iš „Pepsi“ daiktų katalogo. Už 75 taškus buvo galima įsigyti marškinėlius, už 175 – saulės akinius, o už 1450 taškų – netgi odinę striukę. Įsiamžinę su visais trimis atributais, galėjote užsidirbti 90 taškų. Šios akcijos reklaminiame klipе nufilmuotas kaip tik taip pasipuošęs paauglys.

Klipas baigiamas ekscentrišku pokštu: paauglys, dėvintis „Pepsi“ marškinėlius, striukę ir saulės akinius, „Harrier“ lėktuvu atskrenda į mokyklą, o ekrane informacinėje eilutėje paskelbiama, jog šis karinis orlaivis atiteksias tam, kas surinksias 7 milijonus taškų.

Pokštą nesunku suprasti: klipo kūrėjai tyčia pateikė absurdišką informaciją apie galimybes rinkti taškus ir laimėti. Pajuokauta smagiai, bet neatlikti tam tikri skaičiavimai. Septyni milijonai, žinoma, didelis skaičius, bet kūrėjai nesiteikė patikrinti, ar jis toks didelis, kad surinkti šitiek taškų būtų neįmanoma.

Tačiau vienas žmogus apsiėmė tai padaryti. Tuo metu įsigyti vieną „AV-8 Harrier II“ lėktuvą JAV jūrų pėstininkų korpusui kainuodavo daugiau nei 20 milijonų dolerių, o akcijos dalyviams nusipirkti vieną papildomą „Pepsi“ tašką – 10 centų. Žinoma,

nieko neišmanau apie prekybą kariniais orlaiviais, bet galimybė sumokėti vos 700 000 dolerių už 20 milijonų vertės lėktuvą atrodo tikrai gera investicija. Taip manė ir Džonas Leonardas (John Leonard), mėginęs atsiimti šį prizą.

Ir jis ne šiaip sau mėgino, o ryžtingai siekė gauti lėktuvą. Vyras laikėsi visų akcijos taisyklių. Reklaminiame klipe buvo pasakyta, kad atsiimant prizus privaloma pateikti užpildytą formą iš „Pepsi“ katalogo, būti sukaupus mažiausiai 15 taškų, pridėti pinigų sumos, atitinkančios trūkstamų taškų skaičių, čekį ir sumokėti 10 dolerių už pakuotę ir siuntimą. Džonas padarė viską, kaip nurodyta: užpildė formą, surinko 15 taškų įsigydamas „Pepsi“ prekių ir, padedamas advokatų, paruošė 700 008,50 dolerio vertės čekį. Gal ir sunku patikėti, bet siekdamas tikslo tas vyrukas iš tikrųjų apsirūpino tokiais pinigais! Jis buvo labai rimtai nusiteikęs.

„Pepsi“ atsisakė keisti taškus ir pinigus į lėktuvą, nes „Harrier“ lėktuvas nesąs prizas; epizodu, kuriame jis nufilmuotas, tiesiog siekta padaryti reklaminių klipą smagesnį ir įdomesnį. Tačiau Leonardas, pasitelkęs teisininkus, buvo pasirengęs stoti į kovą. Jo advokatas griežtai pareiškė: „Mes oficialiai reikalaujame, kad jūs laikytumėtės prisiimtų įsipareigojimų ir nedelsdami atsiųstumėte mūsų klientui naują „Harrier“ lėktuvą.“ „Pepsi“ vėl atsisakė, tad Leonardas padavė bendrovę į teismą.

Teisme buvo daug diskutuojama, ar tas epizodas su lėktuvu – akivaizdus pokštas, ar vis dėlto galima į jį žiūrėti rimtai. Ištrauka iš vieno teisėjo užrašų atskleidžia, kokia komiška tapo ta situacija: „Ieškovas teigia, kad reklaminiame klipe pateiktas rimtas pasiūlymas laimėti lėktuvą, tad teismui teks išaiškinti, kodėl toji reklama tėra pokštas. Išaiškinti, kodėl pokštas yra pokštas, – sunki užduotis.“

Tačiau ši užduotis buvo atlikta!

„Reklaminiame klipe paauglio ištarta frazė, jog keliauti į mokyklą lėktuvu „daug smagiau nei autobusu“, atskleidžia neįtikėtinais atsainų požiūrį į sunkumus bei pavojų, galintį iškilti pilotuojant karinį orlaivį gyvenamojoje zonoje, užuot naudojusi viešuoju transportu.

Nėra mokyklos, kuri savo valdose sutiktų įrengti orlaivui eksploatuoti reikalingą erdvę ir taikstyti su eksploatavimo keliamais nepatogumais.

Išanalizavus dokumentus, kuriuose aprašytos „Harrier“ orlaivio funkcijos (atakuoti ir naikinti objektus ore bei ant žemės, vykdyti strateginio bombardavimo, oro užkardos bei priešlėktuvinės gynybos operacijas), darytina išvada, jog šis lėktuvas nėra tinkama transporto priemonė vykti į mokyklą.“

Leonardas trokštamo lėktuvo negavo, o teismo byla *Leonard v. PepsiCo* – dabar jau istorija. Sugalvojęs pats kaip nors ekscentriškai pajuokauti, galiu būti ramus, nes egzistuoja teisinis precedentas, padėsiantis man apsiginti, jei kas nors į pokštą pažiūrėtų pernelyg rimtai. O tie, kuriems kas nors nepatinka, surinkite pakankamai Parkerio taškų ir juos iškeiskite į mano nuotrauką, kurioje labai aiškiai matysis, jog man dėl visko nusišvilpt (už pakuočę ir siuntimą gali tekti susimokėti).

Pasibaigus teismui, „Pepsi“ ėmėsi priemonių, kad užkirstų kelią panašioms problemoms: klipas buvo pakeistas, naujoje jo versijoje teigiama, jog „Harrier“ lėktuvą galima gauti už 700 milijonų taškų.

Man labai keista, kad bendrovė neparinko tokio didelio skaičiaus iš pat pradžių. Ne todėl, kad 7 milijonai skambėtų juokingiau – tie siog nesuprantama, kodėl klipo kūrėjai visai neskyrė laiko reikalingiems matematiniais veiksams.

Mums nelengva tinkamai suvokti itin didelius skaičius, ir net žinodami, jog vienas skaičius didesnis, o kitas mažesnis, sunkiai suvokiame jų skirtumo dydį. 2012-aisiais vienoje BBC laidoje man teko užduotis – paaiškinti, koks skaičius yra trilijonas. Tuo metu Didžiosios Britanijos valstybės skola buvo neseniai perkopusi trilijoną svarų, ir vedėjas manęs paprašė parodyti publikai, jog tai didelis skaičius. Supratau, kad nepakaks sušukti: „Šis skaičius tikrai didelis, nėra ko gaišti apie tai kalbant!“, taigi pateikiau konkretų pavyzdį.

Pasitelkiau savo mėgstamą metodą – lyginau didelius skaičius su laiku. Visi žinome, jog milijonas, milijardas ir trilijonas – dideli skaičiai, bet sunkiai suvokiame, kaip milžiniškai jie didėja, kai keliaujame nuo vieno skaičiaus prie kito. Milijonas sekundžių – tai vienuolika dienų ir beveik keturiolika valandų. Nieko tokio, tiek galiu laukti – tai mažiau nei dvi savaitės. Milijardas sekundžių – daugiau nei trisdešimt vieni metai.

O trilijonas sekundžių – 33 700 metų.

Iš tiesų, trupučiuką pagalvojus, tokius didelius skaičius galima aiškiai suvokti. Milijonas, milijardas ir trilijonas vienas už kitą atitinkamai didesni po tūkstantį kartų. Milijonas sekundžių – apie trečdalis mėnesio, tad milijardas jų yra maždaug 330 (trečdalis tūkstančio) mėnesių. O kadangi milijardas sekundžių – maždaug 31 metai, tada, žinoma, trilijonas jų – apie 31 000 metų.

Gyvendami išmokstame suvokti skaičius kaip aritmetinę progresiją, kai skirtumas tarp šalia esančių narių nekinta. Skaičiuojant

nuo vieno iki devynių, kiekvienas skaičius yra vienu didesnis nei prieš jį einantis. Paklausti, koks skaičius yra tokios sekos viduryje, daug žmonių atsakys, jog penki, bet tik todėl, kad juos taip išmokė. Pabuskit, avinėliai! Pasąmonėje mes visi suvokiame skaičių sekas kaip eksponentines, o ne tiesines. Mažas vaikas arba tas, kuris nėra ragavęs mokslų, atsakys, jog sekos viduryje yra trys.

Tai kitas – logaritminis vidurys, kai seka didėja dauginant, o ne pridėdant.  $1 \times 3 = 3$ ;  $3 \times 3 = 9$ . Galite keliauti nuo vieno iki devynių arba dukart pridėdami po keturis, arba po lygiai daugindami iš trijų. Tad sekos viduryje yra trys, ir taip žmonės galvoja net nesusimąstę, nebent yra išmokyti kitaip.

Mundurukų genties nariai, gyvenantys Amazonės džiunglėse, tyrėjų paprašyti sugrupuoti taškelius kompiuterio ekrane nuo vieno iki dešimties, į vidurį sudėjo taškelių rinkinius po tris. Jei rastumėte vaiką, kurio tėvai neprieštarautų, kad su juo eksperimentuotumėte, ir paprašytumėte padaryti ką nors panašaus, jis sugrupuotų pateiktus objektus taip pat kaip ta gentis.

Dauguma žmonių, visą gyvenimą mokėsi įvairių skaičiavimo būdų, instinktyviai suvokia, kad didesni skaičiai yra logaritminiai, kad skirtumas tarp trilijono ir milijardo toks pat kaip skirtumas tarp milijono ir milijardo, nes abiem atvejais skaičiai padidėja po tūkstantį kartų. Iš tiesų trilijonas yra daug didesnis skaičius, nei jums atrodo: palyginkite kieno nors nugyventus trisdešimt vienus metus ir laiką, kuriam praėjus žmonija galbūt bus išnykusi.

Mūsų smegenys tiesiog nepajėgios suvokti tų skaičiavimo būdų, kurių neatsinešame gimdami. Supraskite mane teisingai: mes gimstame turėdami fantastiškus gebėjimus suvokti skaičius bei erdvę, ir net maži vaikai žino, kiek taškelių nupiešta jiems rodomame lape,

gali su jais atlikti pagrindinius aritmetinius veiksmus. Be to, ateina-me į pasaulį, pritaikytą kalbai ir abstrakčiajam mąstymui vystytis, bet gebėjimai, kurių reikia norint išgyventi ir burtis į bendruome-nes, ne visuomet sutampa su moksline matematika. Logaritminės sekos – puikus būdas grupuoti ir suvokti skaičius, bet matematiko-je būtinos ir tiesinės sekos.

Mokytis matematikos sunku mums visiems. Jos mokantis reiškia naudotis tuo, kas duota evoliucijos, ir išplėsti savo žinias už įgimtų gebėjimų ribų. Mes gimėme nemokėdami intuityviai suvokti trupmenų, neigiamų skaičių ir daugybės kitų keistų moks-linės matematikos aspektų, bet laikui bėgant smegenys iš lėto iš-moksta visa tai apdoroti. Dabar mokyklų programos sudaromos taip, kad mokytis matematikos privalu visiems. Skiriant šiam mokslui užtenkamai laiko, smegenys išmoksta mąstyti matema-tiškai, tačiau, paliovus naudotis per pamokas sukaupta informa-cija, jos netrukus grįžta prie „numatytųjų nustatymų“.

Didžiojoje Britanijoje vieną loteriją teko atšaukti dar tą pa-čią savaitę. Loterijų organizatorius „Camelot“ teigė, kad ji buvo pernelyg klaidinanti. Tas žaidimas vadinosi „Cool Cash“, ant bilieta būdavo išspausdinta temperatūra laipsniais. Jei nutrynus užtušuotas bilieta vietas pasimatydavo mažesnė temperatūra nei neužtušuotoji, žaidėjas laimėdavo. Bet daug žmonių kažkodėl pa-tirdavo sunkumų dėl neigiamų skaičių...

„Turėjau vieną bilieta, kuriame, kad jis būtų laimingas, už-tušuoti skaičiai turėjo būti mažesni nei  $-8$ . Nutrynęs tas vietas, pamačiau  $-6$  ir  $-7$ , tad pamaniau, kad laimėjau. Taip pamanė ir kasininkė, kai atėjau į parduotuvę atsiimti

prizo, tačiau jai nuskenavus bilietą paaiškėjo, jog jis nelaimingas. Paskambinau į „Camelot“, bet jie tik sumalė kažkokią nesąmonę, esą  $-6$  yra didesnis skaičius nei  $-8$ . Nieko nesupratau.“

Dėl tokių kuriozų matematika, kurią taikome savo reikmėms, yra ir nuostabi, ir kiek bauginanti. Žmonijai vystantis, vis daugiau dėmesio skyrėme šiam mokslui ir galiausiai atsidūrėme už mums įgimtų galimybių ribų. Peržengę tas ribas, sugebėjome nuveikti įdomiausių dalykų, tačiau šičia esame ir pažeidžiamiausi. Paprasta matematinė klaida, pradžioje nepamatyta, gali turėti siaubingų padarinių...

Šiandiniame pasaulyje daug kas paremta matematika. Kompiuterių programavimas, finansai, inžinerija... Visa tai yra skirtingų rūšių matematika, tad iš pažiūros dėl nereikšmingų klaidų gali įvykti pačių neįtikimiausių dalykų. Ši knyga – labiausiai man įsiminusių matematinių klaidų rinkinys. Tos klaidos ne vien kelia juoką – iš jų galima ir šio to pasimokyti. Jas aprašydamas tarsi trumpam atitraukiau užuolaidą, už kurios slypi matematika. Tarsi už mūsų šiuolaikinės magijos nematomas dirbtų viršvalandžius Ozo šalies burtininkas su savo skaitytuvais ir logaritmine liniuote... Tik tada, kai nutinka kas nors negero, suvokiame, kaip aukštai matematika mums iki šiol leido pakilti ir kaip žemai dėl padarytų klaidų galime kristi. Mano tikslas nieku gyvu nėra pasityčioti iš tų, kurie dėl tų klaidų kalti, nes, kaip ir mes visi, pats esu ne sykį suklydęs. O rašydamas šią knygą tyčia įvėliau tris klaidas. Pažiūrėkime, ar jas pamatysite!



*Antras*

# Inžinerijos klaidos

Įsivėlus inžinerinėms klaidoms, pastatai nebūtinai sugriūva. 2013 m., kai vienas komercinis dangoraižis (adresas 20 Fenchurch Street, Londonas) jau buvo beveik pastatytas, išaiškėjo akivaizdus jo projektavimo trūkumas, nesusijęs su pastato struktūriniu vientisumu. Statybos baigtos 2014-aisiais, dangoraižis stovi iki šiol, o 2017-aisiais parduotas už rekordinę sumą – 1,3 milijardo svarų. Pastatas visais atžvilgiais tiesiog nuostabus, išskyrus tai, kad 2013-ųjų vasarą visa, kas atsidurdavo netoli jo, užsidegdavo.

Dangoraižio išorę projektavęs architektas Rafaelis Vinjolis (Rafael Viñoly) nusprendė, kad jis panėšės į nešiojamą raciją, tačiau dėl lenktos formos visi šviesą atspindintys stikliniai langai atsitiktinai tapo milžinišku sferiniu veidrodžiu, kuris tarsi aukštai įtaisytas lęšis sutelkdavo saulės spindulius viename nedideliame taške. Londone retai būna saulėta, tačiau 2013-ųjų vasarą, pasitaikius tokiai dienai, miesto gatves užliejo mirtinai karštų spindulių banga.

Na, gerai, gal ir ne mirtinai karštų, tačiau kai kada jų temperatūra siekdavo 90 °C, to pakako netoliese esančios kirpyklos kili-

mėliui užsidegti. Taip pat šiek tiek išsilydė prie dangoraižio paliktas automobilis, be to, kažkas pasiskundė, kad sudegė jo citrina (tai ne koks keistas londoniečių vartojamas posakis – iš tiesų sudegė tikra citrina). Vienas ekscentriškas vietos žurnalistas pasinaudojo proga sufokusuotoje saulės šviesoje išsikepti keptuvę kiaušinių.

Problema išspręsta gana paprastai: pastato langai buvo uždengti specialia apsauga nuo saulės, neleidžiančia spinduliams koncentruotis į kieno nors citriną. Niekas iš anksto negalėjo numatyti tokio reiškinių – pastatams jis nebūdingas, išskyrus 2010 m. įvykius „Vdara“ viešbutyje Las Vegase. Lenktos formos stiklas, kuriuo buvo išklotas viešbučio priekinis fasadas, sutelkdavo saulės spindulius viename taške, ir šie svilindavo baseine plaukiodavusių svečių odą.

Ar galima tikėtis, jog pastatą Londone projektavęs architektas būtų ką nors girdėjęs apie viešbutį Niujorke? Šiuo atveju taip, nes abu pastatai – Rafaelio Vinjolio darbo vaisius. Na, bet kiekviena situacija susideda iš daug įvairių aplinkybių. Žinotina, jog statybų įmonės šį specialistą samdė kaip tik todėl, kad pageidavo neįprastų formų pastatų iš stiklo.

Tačiau net nekalbant apie pavojų keliančius stiklo pastatus, su spindulių koncentravimu susijusią matematiką suvokti nesunku. Visi parabolės, kurias pagal įvairius lygties  $y = x^2$  variantus mums tekdavo braižyti mokykloje, kertantys spinduliai susitelkia viename taške. Dėl šios priežasties palydovinės lėkštės gaminamos paraboloido formos – jos yra 3D parabolės.

Net tada, kai šviesos pluoštas nukreipiamas į daugiau nei vieną tašką, parabolės formos objektas gali sutelkti viename taške pakankamai spindulių, kad atsirastų poveikis aplinkai. Notingame

stovi skulptūra „Dangaus veidrodis“ („Sky Mirror“) – paraboloidas blizgiu paviršiumi, ir sklando legenda, esą nuo jo užsidega pro šalį praskrendantys balandžiai (tikriausiai tai tik šnekos).

## Tiltai ir matematika

Kalbant apie žmonijos padarytas inžinerines klaidas, tiltai yra puikus pavyzdys. Jie statomi jau ištinus tūkstantmečius, ir tai daryti nėra taip paprasta, kaip suręsti namą ar sieną. Šioje srityje suklysti daug lengviau – juk tiltai, galima sakyti, kybo ore. Nuo jų labai priklauso netoliese gyvenantys žmonės, jie leidžia viena nuo kitos atskirtoms bendruomenėms susieiti. Dėl tokių privalumų žmonės stengiasi kuo labiau ištobulinti tiltų statybą.

Yra daug nesenų nenusisėkusios tiltų statybos pavyzdžių. Garsųjį Tūkstantmečio („Millennium“) tiltą Londone, atidarytą 2000 m., teko uždaryti vos po dviejų dienų. Inžinieriai neapskaičiavo, jog šiuo kabamuuju tiltu einančios minios žmonių privers jį siūbuoti į šalis. Mat siekiant, kad tiltas būtų kuo paprastesnės konstrukcijos, jis atramomis „suspaustas iš šonų“, šias įtaisius šalia vaikščioti skirtų vietų ar po jomis.

Dauguma kabamųjų tiltų laikomi parabolės formos plieninių lynų, kurių galai pritaisyti pilonų viršuje. Dėl konstrukcijos paprastumo Tūkstantmečio tilto lynai kabo tik 2,3 metro aukštyje ir, užuot leidęsi žemyn iš aukštybių lyg alpinistas į tarpekį, yra beveik tiesūs ir iš esmės atlieka įtemptų virvių funkciją. Šie lynai labai tvirti: jų tempimo jėga – apie 2000 tonų.

Tiltai – tarsi gitaros stygos: kuo didesnė juose įtampa, tuo labiau virpa susidarius aukštesniems dažniams. Laipsniškai mažinant